Aprender a contar y el número operatorio

José Javier Coz y Alejandro Estrada

♦

En 1937, Jean Piaget escribe una monografía acerca de cómo el bebé, desde su nacimiento, construye el esquema de permanencia del objeto: una permanencia espacial y temporal que ya no depende de la percepción actual (intuición). El esquema se adquiere bien a bien alrededor del año y medio: si al niño se le quita un objeto y, dentro de su campo visual y de desplazamiento, se esconde detrás de una "pantalla" A y luego, siempre a su vista, se esconde detrás de otra (B) y luego detrás de C, ya no lo busca en A ni en B sino directamente en C; asimismo, si el objeto se esconde dentro de un "recipiente" A, y A se esconde dentro de B, y B dentro de C, el niño abre C sin vacilaciones para abrir B y encontrar A, en cuyo interior está el objeto.

Ya tiene las nociones de "detrás de" y "dentro de", y puede representarse los desplazamientos invisibles de los objetos, pero sólo los que han ocurrido en su campo visual y de desplazamiento corporal (el niño ya camina). Se trata de una representación espacial y temporal del objeto sólo si las ausencias de éste han ocurrido en el mismo cuadro visual.

No nos sorprende que del "esquema" del objeto permanente a la conservación sustancial (permanencia cuantitativa) del objeto haya una conquista gradual y lenta hasta los 7 u 8 años de edad en promedio que implica las operaciones de abstraer cualidades al comparar tamaños, longitudes, distancias, colecciones, clases, conjuntos, áreas, pesos, volúmenes, duraciones, velocidades o movimientos (no hay que confundir cantidad, magnitud, número, sin más, con la acción coordinada que engendra la medición), producto de estar igualando diferencias, sólo posible a través de la comparación simultánea de dos o más aspectos. Piaget empieza abordando la conservación en 1941, con el ya popular título *Génesis del número en el niño*, en el que resuelve la oposición de categorías cualidad-cantidad, tan problemática en las ciencias sociales.[1]

Toda percepción y todo juicio concreto atribuyen cualidades (forma, tamaño, color, textura, etc.) a objetos, pero no ha sido posible aprehender estas cualidades sin comparar las unas con las otras. Las semejanzas entre cualidades tienen por término su clasificación. Establecer semejanzas implica separar las diferencias, las que a su vez implican el más y el menos y marcan así el comienzo de la cuantificación. Es decir, en su forma elemental, la cantidad se da al mismo tiempo que la cualidad. No existen cualidades en sí sino sólo cualidades comparadas y diferenciadas cuantitativamente, aunque en un principio dicha cuantificación sea intensiva, es decir, más que o menos que, sin precisar en qué proporción.

Desde el punto de vista del desarrollo del niño, llegar a la reversibilidad en las acciones no supone llegar a ella en el pensamiento. ¿Cómo entonces se llega a la reversibilidad en el pensamiento? ¿Cuándo afirma el niño la conservación de una cantidad de agua o una cantidad de frijolitos si luego se reparte en otra configuración "distinta"?

El interés de Piaget en *Génesis del número en el niño* apunta a la construcción del número como unidad, es decir, se plantea cuáles son las primeras relaciones que realiza el niño que lo liberan gradualmente de la evaluación fundada sólo en la percepción actual (intuición), predominantemente figural o espacial: estas relaciones consisten en la comparación simultánea de dos aspectos y su compensación, pasos previos para llegar a la idea de invariancia de totalidades, es decir, a la idea de conservación.

Conservación de cantidades continuas

Piaget comienza su exposición con los experimentos de trasvasamiento de líquido, al parecer porque son los más claros para ilustrar la transición del predominio perceptivo unidimensional o de cantidades brutas (primera etapa) a la cuantificación intensiva (segunda etapa) y de ésta a la extensiva o de unidades (tercera etapa). Por ejemplo, al niño en una primera etapa, el vertir el líquido de un recipiente a otros dos más pequeños le hace creer que disminuye la cantidad de líquido porque baja el nivel, o que aumenta porque son más los recipientes. En una segunda etapa hay dos reacciones de transición: en una, el niño es capaz de creer (admitir) que se conserva la misma cantidad de líquido cuando se lo vierte de un recipiente a dos, pero si se hacen intervenir tres o más recipientes vuelve a creer en la no conservación; la otra reacción consiste en que afirma la conservación cuando se presentan débiles diferencias de nivel, de anchura o de volumen, y duda cuando las diferencias son grandes. En una tercera etapa el niño afirma la conservación ya sea compensando proporciones si el líquido de recipientes diferentes se trasvasa a recipientes iguales, ya sea igualando por equipartición y equidistribución. La unidad es la total igualación de las diferencias expresada en una medida común, lo cual supone la abstracción total de las cualidades.

En cuanto a la tercera etapa –y esto contra cualquier a priori gestaltista–, no es el descubrimiento de la conservación el que acarrea la posibilidad de comparar las diferencias sino al revés: la comparación seriada de las diferencias lleva a la igualación de las diferencias.

Conservación de cantidades discontinuas

Las pruebas (Piaget les llama protocolos de observación) con cantidades discontinuas (perlas, canicas, fichas, frijoles) sirven para el análisis detallado de la construcción de la noción de unidad numérica durante la segunda etapa, en especial la prueba con hileras (de fichas o frijolitos).

El primer estudio para cantidades discontinuas se hace con perlas –de dos colores para que el niño no olvide de cuál recipiente provienen– y, al igual que en los trasvasamientos de líquido, dos recipientes cilíndricos (A^1 y A^2); a cada uno de éstos corresponden otros dos recipientes (B^1, B^2, B^3, B^4). También se utilizan, a manera de control, otros recipientes de tamaños más largos y estrechos o más bajos y anchos para detectar diferentes influencias perceptuales –niveles de contenido y anchuras y alturas de los recipientes– en los juicios de no conservación.

La prueba de perlas en recipientes sirve de control y contraprueba para las pruebas con trasvasamiento de líquidos. Tienen más carácter aritmético, pues interviene una característica nueva: la de las unidades discretas, conformadas en este caso por las perlas. Además, como prueba de control más refinada, se hace al niño llenar los recipientes con perlas una a una y luego elaborar collares con ellas.

Sin embargo, los resultados son iguales a los de las pruebas con cantidades continuas (trasvasamiento de líquidos), sólo que al manejar cantidades discontinuas se tienen dos ventajas:

- El niño llena su recipiente perla por perla al mismo tiempo que el experimentador. Hay una enumeración práctica que es un inicio de cuantificación numérica, y sin embargo persiste la no conservación, pues se subordina la correspondencia cuantitativa a la percepción espacial; la ausencia de conservación en este caso ya no sólo es física sino matemática, por el hecho de manejar elementos discretos.
- Pasar las perlas de los recipientes a una disposición lineal para la elaboración de collares atrae la atención del sujeto sobre el hecho de manejar unidades discretas. Aun así persiste la no conservación, sin ser muy fecunda la explicación de "memoria insuficiente".

> No solamente la correspondencia término a término sino también la enumeración misma (por ejemplo hasta seis) se le aparecen al niño de la primera etapa como procedimientos mucho menos seguros que la evaluación directa que surge de las relaciones perceptivas globales (cantidades brutas). La enumeración verbal que el medio social impone al niño de este nivel sigue siendo solamente verbal y sin significación operatoria.[2]

Correspondencia cardinal provocada

Las pruebas de poner en correspondencia una a una las fichas de una hilera con las de otra sirven para estudiar la construcción gradual de cantidades discretas, sin la aparente influencia perceptual del recipiente; aparente porque en lugar de recipientes el niño de la primera etapa percibirá ahora manchas largas o manchas anchas.

Antes de aplicar pruebas de correspondencia con objetos parecidos, parecido que provocaría en apariencia la correspondencia, se aplican con objetos heterogéneos pero cualitativamente complementarios: vasos-botellas, flores-floreros y huevos-hueveras. La complementariedad también provocaría aparentemente la correspondencia.

Esta prueba sirve para saber si la correspondencia implica de antemano la noción de equivalencia (invariancia cardinal y durable de conjuntos) o si dicha noción es una construcción evolutiva. Las complementariedades, por ejemplo entre vasos y botellas, es decir de subcontinente y continente, son conocidas por el niño.

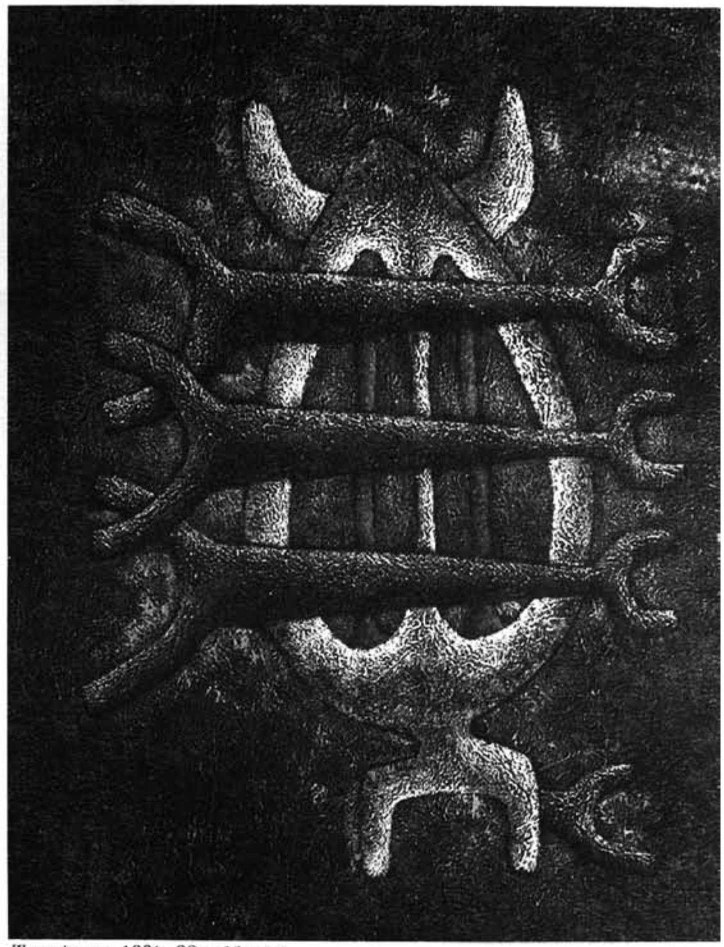
Con la prueba de vasos y botellas se comprueba otra vez que no existe en el niño de una primera etapa (cuatro a cinco años) la noción de equivalencia durable. Con la de las flores y floreros se controla mejor la correspondencia, pues las flores no se depositan a un lado de los floreros, como en el caso de los vasos y botellas, en el que está presente la idea de subcontinente a un lado del continente sino dentro, es decir, contenido dentro del continente. Como los resultados se mantienen iguales, se controla su validez por medio de una prueba más simple aún: cada huevera sólo contiene un huevo, mientras que la relación entre la cantidad de vasos y botellas o entre la de flores y floreros es arbitraria. Al comprobar que las reacciones continúan iguales, se procede al estudio del intercambio, uno con uno, primero sin numeración hablada y luego con numeración hablada. Los resultados son los mismos:

- Primera etapa (cuatro a cino años): carencia de correspondencia término a término y de equivalencia.
- Segunda etapa (cino a siete años): equivalencia, pero no durable, pues el criterio de la cantidad se altera conforme se acomodan los objetos y se cambia la configuración espacial del conjunto o su tamaño (longitud) o su densidad. La equivalencia sólo es durable en una percepción estática y actual.

Si el niño dice "hay más", se le hace especificar qué para evitar un malentendido verbal en el sentido de referirse al tamaño del espacio ocupado por el conjunto. Cuando se enumera, el malentendido no existe en el caso de los niños de la primera y segunda etapas, pues se trata de una enumeración puramente verbal: saber los seis o los diez primeros nombres de los números es saber unos sonidos en un cierto orden, y esto se comprueba en el hecho de que al aplicar a los objetos los seis primeros nombres de los números el niño sólo pone en correspondencia palabras (sonidos) y vasos, como poner en correspondencia vasos y botellas. Es decir, los números están todavía estrechamante ligados a las cosas enumeradas.

Correspondencia cardinal espontánea

Mientras los problemas anteriores imponían la correspondencia por la complementariedad cualitativa (va-



Tres deseos, 1996, 88 x 108 cm.

sos-botellas, flores-floreros, huevo-hueveras) para después sólo utilizar los resultados, ahora se le pide al niño igualar la cantidad de un conjunto con elementos homogéneos de otro, sin que la pregunta implique la correspondencia, para estudiar los métodos que anteceden la correspondencia término a término. Si en las pruebas de trasvasamiento de líquido y de correspondencia de hileras se muestra que la correspondencia entre dos colecciones tiene su origen en la comparación cualitativa del espacio que ocupan y de su configuración, ahora se comprobará si se puede provocar la cuantificación a partir de la reproducción de figuras ya dadas, hechas con las fichas. Se muestran al niño cuatro tipos de figuras:

I. Formas "mal estructuradas", por ejemplo 15 fichas dispuestas al azar pero sin tocarse ni encimarse.
II. Figuras estructuradas pero no cerradas, por ejemplo una sucesión oblicua de parejas de fichas.
III. Figuras con forma cerrada pero que no dependen del número de los elementos, por ejemplo un círculo de nueve fichas o una casa de 19 fichas, o dos líneas cortadas en ángulo recto, formada una de ellas por tres y la otra por cuatro fichas.

IV. Figuras de forma cerrada y conocida, determinadas por el número de las fichas, por ejemplo un cuadrado de nueve fichas (tres en cada lado y una en el centro), una cruz de cuatro fichas o un triángulo de seis fichas (tres en cada lado).

Cada vez se le facilitan más al niño la correspondencia y la equivalencia, y sin embargo se mantienen iguales los resultados en cuanto a la conservación:

Primera etapa: comparación cualitativa (+, -, =) y global (espacio-figural); reproducción exacta de las figuras cerradas y formas conocidas (figuras IV); reproducción inexacta de figuras que no impliquen un número determinado de elementos (figuras III); los inicios de cuantificación son las relaciones cualitativas "más (o menos) largo" o "más (o menos) ancho" en relación con el espacio longitudinal que abarca la figura, o "más (o menos) cerca" en relación con la densidad, pero sin coordinarlas simultáneamente por compensación. Resultado: se subordina la correspondencia cuantitativa a la comparación figural.

Segunda etapa: ya hay coordinación, pero depende de la percepción actual (intuición), y se trata de una coordinación endeble todavía, pues cuando las diferencias de tamaño o densidad son demasiado grandes hacen dudar de la conservación y se vuelve a la dependencia espacio-figural. La correspondencia intuitiva no garantiza una equivalencia durable: los niños de la segunda etapa logran hacer corresponder una hilera de granos con otra igual cuidando el número de granos, la longitud de la hilera y la correspondencia óptica, pero en cuanto una se alarga demasiado o la otra se estrecha demasiado, dudan de la equivalencia en la cantidad de granos, fenómeno que se explica por las limitaciones que la percepción –que es sucesiva e irreversible y sólo sirve para guiar las acciones por medio de un sistema de índices– impone a las operaciones, que son acciones reversibles e interiorizadas (generalizadas). El niño tiende a permanecer atado a la intuición (percepción actual) de la figura, único principio de unificación.

> [...]sucede que antes de los seis o siete años, es decir a la edad en que el niño ya conoce a través del lenguaje una serie de conceptos pero no sabe aún agruparlos lógicamente, por composiciones reversibles y a la edad en que conoce también los primeros nombres de los números pero los adjudica simplemente a figuras perceptuales (un objeto, dos objetos, tres objetos, etc.) el niño no puede realizar todavía conjuntos numéricos aun cuando consiga efectuar espontáneamente una correspondencia término a término de carácter visual entre los elementos de estos conjuntos.

En estricto sentido, "un conjunto o una colección son sólo concebibles si su valor total permanece invariable, cualesquiera sean los cambios introducidos en las relaciones de los elementos."

Si bien los niños de esta etapa no creen todavía que una figura transformada corresponda y sea equivalente, en cuanto al número de los elementos, a su forma inicial, admiten sin embargo que se puede volver a encontrar esta forma inicial partiendo de la forma alterada.[3] Un paralelo funcional ocurre en el niño de año y medio más o menos cuando, a punto de alcanzar el esquema de permanencia, designa al primer lugar en que desapareció el objeto como lugar privilegiado para encontrarlo; se trata de una equivalencia funcional entre el esquema de permanencia (de uno a dos años) y el esquema de conservación (de siete a ocho años). En 1951 Piaget estudió la noción de azar en el niño e hizo observaciones sobre los juicios de probabilidad cuando se pedía al niño reencontrar un arreglo con canicas de colores después de haberlas mezclado. El niño admite como una posibilidad altamente probable el reencontrar una configuración idéntica.

Una correspondencia cualitativa espacio-figural, por más elemental que sea, supone ya comparaciones que son multiplicaciones lógicas. Muy claras en el caso de hacer corresponder dos hileras de fichas término a término por contacto visual o espacial. Ya hay un principio de construcción, de agrupamiento no sólo de acciones, como al final del periodo sensomotor, sino también de relaciones entre objetos. Pero para los niños menores de siete u ocho años se trata de un agrupamiento irreversible, pues en cuanto se altera la configuración deja de haber conservación. La expresión puramente verbal de los juicios de probabilidad sobre reencontrar la misma configuración parece contradictoria, salvo que éstos se refieren a operaciones de orden superior (asumir como improbable el retorno a la configuración de lo que se parte).

En la primera etapa, al igual que los niveles, los anchos y los volúmenes en trasvasamientos de líquido, el niño no es capaz de fijarse en unidades discretas (por ejemplo frijoles) sin que interfiera la percepción de la forma espacial que ocupan (una hilera, una mancha grande de baja densidad o una pequeña muy densa). En la segunda etapa el niño sabe restablecer la igualdad, pero es una igualdad frágil, sólo sostenible durante la percepción de una configuración espacial determinada, pues no extrae una conservación de ese restablecimiento al estado inicial, ni por tanto una reversibilidad siempre posible.[4] Para componer, debe primero descomponer las partes, y ello supone una abstracción de las cualidades, lo que equivale a una división que en un principio, claro está, es sólo lógica y no aritmética.

Tercera etapa: concebir la igualdad de, por ejemplo, dos series de hileras de fichàs, es coordinar simultáneamente la longitud y los intervalos, es decir, multiplicar las relaciones "situadas a una cierta distancia horizontal" por las relaciones "por encima de" y el resultado es la disposición abstracta de las fichas como si estuvieran unas exactamente enfrente de las otras y equidistantes. Las relaciones, por ejemplo de densidad y longitud, entre hileras de fichas o frijoles, son multiplicables independientemente de la percepción actual, englobando cada percepción en un sistema que comprenda todas las percepciones posibles, lo cual en realidad se interpreta correctamente como una liberación de la percepción en general, ya que cada percepción de la configuración momentánea se incorpora a un sistema de todas las percepciones posibles, lo que a su vez equivale a un sistema de transformaciones realizadas con anterioridad o virtualmente para la anticipación de transformaciones realizables.

Correspondencia ordinal y vicarianza

En las anteriores pruebas sobre correspondencia se utilizaron colecciones de elementos iguales. El hecho de que sólo se haya abordado el aspecto cardinal (cantidad numérica de elementos) no significa que no exista ordinación, pues incluso la correspondencia entre colecciones con elementos homogéneos es exacta sólo si se ordenan en una serie, es decir, si se cuenta cada elemento nada más que una vez para distinguirlo de los otros. Los elementos son indiscernibles a no ser por su posición en un orden cualquiera, siempre que exista alguno, y que permita contar cada elemento una sola vez. Se trata de un orden vicariante, es decir que de dos elementos uno puede ser el primero y el otro el segundo o viceversa, con tal de que haya siempre un primero y un segundo. La vicarianza permite hacer abstracción del orden. Por eso la correspondencia entre colecciones de elementos iguales parece predominantemente cardinal, o sea, independiente de un orden establecido.

En el caso de colecciones de elementos desiguales, la correspondencia es en apariencia predominantemente ordinal. En las pruebas de correspondencia ordinal se pone en correspondencia a una colección de elementos de diferentes tamaños con otra colección formada también de elementos de diferentes tamaños. Con estas pruebas se trata de demostrar que

Gordita con espejo, 1994, bronce.

ordenar una colección presenta la misma dificultad que poner en correspondencia serial dos colecciones, es decir, sólo en cuanto la seriación es posible también lo es la correspondencia y viceversa. La dificultad en este caso radica en la conservación ordinal o permanencia del orden.

Para una de las pruebas de correspondencia ordinal se utilizan, por ventajas narrativas, muñequitas, bastones o bolsitas de diferentes tamaños. Se le pide al niño que encuentre la correspondencia entre las muñequitas y los bastones o las bolsas cuando están en desorden. Se cuenta al niño alguna historia de un paseo, que motiva la correspondencia pero que no se refiere explícitamente a las alturas de los elementos: "Acomoda las muñecas y los bastones para que cada una pueda encontrar su bastón".

Cuando las dos hileras se han puesto en mutua correspondencia, se disponen en forma paralela, se amontonan las muñecas, separando las bolsas o los bastones de tal modo que los términos correspondientes de las series de muñecas y de bastones no se encuentren ya uno frente a otro. Indicando con el dedo una muñeca cualquiera se pregunta entonces:

"¿Con qué bastón se pasea cada muñeca?" Estas preguntas se hacen ya sea tomando las muñecas y los bastones en su orden sucesivo o saltando de un objeto a otro, siguiendo siempre las respuestas del niño.

Después se invierte una de las hileras, por ejemplo la de los bastones, de tal modo que continúen paralelas y el término más pequeño de una esté enfrente del término más grande de la otra, de manera recíproca. Se hacen entonces las mismas preguntas para estudiar la confusión que produce en el niño la cardinalidad de un subconjunto con el rango del término precedente.

Al fin, se mezclan los elementos de las dos hileras, después se señala una determinada muñeca (la sexta por ejemplo) diciendo: "Ahora las muñecas van a ir a pasear, pero no todas, sólo aquéllas que son más grandes (o más pequeñas) que aquéllas otras. Dime cuáles son los bastones de las muñecas que se van y los bastones de las que se quedan en casa."

Como en las pruebas de conservación de cantidades continuas y discontinuas y de correspondencia cardinal, en las de correspondencia ordinal los resultados son semejantes:

Primera etapa: los niños hacen una comparación global, o sea, en lugar de seriar de pequeños a grandes o viceversa, agrupan todos los elementos en dos clases: los grandes y los pequeños. En la correspondencia se limitan a señalar el término colocado enfrente.

Segunda etapa: la correspondencia es sólo visual y a veces tocan los elementos para asegurarse de haber considerado ya una posición o de haberla enumerado, pero en cuanto se desordena alguna serie se dificulta la restitución. La correspondencia es sólo serial, es decir, no hay todavía conservación cardinal porque por un lado no se coordina el orden en la serie con la cantidad de elementos precedentes, y por otro el niño toma como absoluta la posición relativa, por lo que no hay reversibilidad.

Coordinación orden-cantidad

Las pruebas sobre la génesis de la correspondencia ordinal demuestran la hipótesis antes formulada de que la ordinación supone siempre la cardinación y viceversa. El niño sólo puede asignar un valor cardinal estable por medio de una seriación, lo que supone diferenciar unidades iguales en unidades jerarquizadas en cantidades: la segunda unidad, añadida a la primera, forma con ella una colección más grande que la primera sola; la tercera, añadida a las dos primeras, da lugar a una colección mayor que la anterior, y así sucesivamente. La reunión de cada elemento con los precedentes es lo que permite definir los rangos (o clases) en la serie, así como éstos son también los únicos que permiten que las unidades, por su parte equivalentes entre sí, puedan diferenciarse. Desde el punto de vista de la conservación, si no se considera constante la suma de los elementos en dos colecciones no es posible hacerlas corresponder.

Las pruebas para analizar en detalle cómo el niño coordina el orden con la cantidad son dos: la inserción de una serie en otra y la cardinación en una serie cuya ordinalidad es unitariamente proporcional a su cardinación.

Inserción de una serie en otra

Consiste en la seriación de dos colecciones de bastones de diferentes tamaños y la inserción de una de ellas, formada por tamaños intermedios, en la otra, de tal manera que si la primera es a, b, c... k y la segunda A, B, C... K, el orden resultante sea A, a, B, b, C, c... K, k. Los resultados de esta prueba son interesantes en los niños de la segunda etapa: mientras consiguen –no sin vacilaciones– ordenar del todo la serie A-K, les resulta imposible intercalar la serie a-k sin algún error. Estos resultados son de especial interés para responder, aunque sea parcialmente, a varios problemas: si comparar un elemento (por ejemplo c) con dos (C y D) en la inserción es más difícil que comparar uno con el resto de su serie, o sea c con d, c con e, e con d, etc.; si la percepción, que es actual e irreversible, dificulta la reversibilidad operatoria (por ejemplo la coordinación orden-cantidad que supone dos comparaciones simultáneas) o es la falta de coordinación lo que permite el predominio de la percepción, o son las dos cosas.

Una serie acabada constituye una forma cerrada de conjunto, y en consecuencia es más difícil comparar un bastón nuevo con los que ya forman parte de esta estructura global que compararlo con elementos aislados. Para construir la serie A-K o a-k basta con colocar sucesivamente el más pequeño de todos + el más pequeño de todos los restantes, etc., en tanto que para colocar b en la sucesión A B C... K, es preciso insertarlo entre B y C, de tal manera que b sea *al mismo tiempo* (y la expresión *al mismo tiempo* tiene aquí una significación real de simultaneidad psicológica) b B y b C. Pero esta coordinación de dos relaciones no es una cuestión de simple percepción, puesto que B y C no están dados (como cuando el niño ha colocado A, B, C, y busca D sólo en relación con los otros) sino que deben determinarse al mismo tiempo y uno en función del otro. La mejor prueba del carácter no exclusivamente perceptivo de este problema es que el niño no sólo vacila para intercalar a-k (lo cual no tiene nada de asombroso ni constituye el hecho importante) sino que se queda satisfecho con sus inserciones equivocadas.

Esta falta de coordinación entre los mecanismos cardinales y los ordinales no resulta de una ruptura de equilibrio o de una disociación momentánea, como podría parecer si se describen las cosas en términos de lógica y de aritmética ya elaborada, sino, por el contrario, marca un comienzo de coordinación; se trata entonces sólo de una falta de coordinación desde el punto de vista de las etapas ulteriores, pero que de todos modos constituye un progreso respecto de la primera etapa, puesto que en ésta el problema ni siquiera existía.

-Cardinación en la serie tipo A, 2A, 3A... 10A

Sea un cuadrado de cartón A; un rectángulo B de igual longitud y dobe altura que el cuadrado A (representa dos unidades A); otro rectángulo C que representa tres unidades superpuestas (la misma longitud y tres veces la altura), etc. Tenemos pues: A=1, B=2A, C=3A... K=10A. Estos cartones forman así una escalera y sus diferencias están basadas en una composición de unidades. Se pide al niño que ordene la colección y se le hacen contar los cartones, deteniéndolo cuando numere con seguridad. Se le pregunta cúantos cartones como A podrían hacerse con B, o C, etc., hasta que comprenda que el segundo cartón puede ser cortado en 2A, el tercero en 3A, etc. Una vez que esta ley de proporcionalidad directa se ha comprendido, se señala un cartón cualquiera (F por ejemplo) dejando entera la escalera y se le pregunta cúantas unidades se pueden hacer con ese cartón. Si el niño es capaz de hacer corresponder la cardinalidad de por ejemplo F con su rango, es decir, 6 con sexto lugar, sin tener que contar cuántos A caben en F, significa que ha adquirido la relación entre ordinación y cardinación. Pero si necesita medir cada vez cuántos A pueden entrar en F, esta correspondencia no se ha constituido aún.

Los niños de la primera y segunda etapas logran ordenar correctamente la serie, pero no coordinan el rango (orden) con la cantidad, a pesar de que tienen a su alcance todos los elementos empíricos para comprender dicha correspondencia. Si se les pregunta cuántas unidades A entran en un cartón cualquiera N, no llegan a encontrar la solución examinando simplemente el rango ni a decir por ejemplo que el cartón D tiene 4 unidades porque es el cuarto.

Gordita sentada, 1995, bronce.

Necesitan contar las divisiones de nuevo cada vez, y comprenden la serie sólo mientras recorren término a término desde el principio hasta el fin, pues no logran conciliar la conservación del todo con la movilidad de los elementos. Los valores cardinales dejan de traducirse en "antes" y "después" desde el momento en que se descompone la serie para examinar las relaciones de un elemento particular con los demás sin seguir paso a paso el orden progresivo. La prueba de los cartones en escalera es prácticamente definitiva para comprobar la dependencia de la percepción actual en la construcción de las operaciones antes de los siete u ocho años.♦

Notas

1. A propósito de *Génesis del número en el niño* (1941), de Jean Piaget.
2 Piaget, Jean. *Génesis del número en el niño,* Editorial Guadalupe, Buenos Aires, 1991, p.47.
3. Pero, ¿cuál es el significado de transformación, en geometría topológica por ejemplo?, ¿qué tiene que ver la noción de transformación en el cálculo –las transformadas de Laplace por ejemplo?