

Una estrategia
LA ENSEÑANZA *didáctica coherente*
PROBLÉMICA

ROBERTO NÚÑEZ MALHERBE*

A pesar del importante aporte de personalidades como Descartes, Leibnitz, Poincaré y Hadamard (por citar sólo algunos), no cabe duda que el primer intento de un análisis sistemático de la actividad de resolución de problemas, desde la perspectiva

de su desarrollo en las matemáticas y su posible instrucción, aparece en 1945 con la obra *How to solve it* de George Polya.

La conjunción de la experiencia pedagógica de Polya y su relevancia como investigador matemático le permitieron presentar sus reflexiones con un nivel de representatividad y sistematización tales que, aun en nuestros días, constituyen una base de orientación para el desarrollo de cualquier proceso instruccional dirigido a la enseñanza de la mencionada actividad. Es el caso del establecimiento de las fases generales por

las que debe transitar la resolución de cualquier problema (su familiarización y comprensión, la concepción de un plan para resolverlo y ejecutarlo y el análisis de la solución obtenida en relación con la meta que se plantea), así como la identificación de estrategias generales y la presentación de un programa heurístico que facilite la actuación del sujeto resolutor.

Sin embargo, no es hasta que se celebra el Congreso Internacional de Educación Matemática en Australia, en 1984, que la enseñanza de y a través de la resolución de problemas de-

* Maestro en ciencias matemáticas, doctor en ciencias pedagógicas, profesor del Departamento de Matemáticas y Física del ITESO. Posee una amplia experiencia docente en materias de pregrado y posgrado. Realiza investigaciones en el área de educación matemática.

ja de ser una preocupación aislada para pasar a ocupar el centro de la atención de la comunidad pedagógica internacional.

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Dentro de la teoría pedagógica, el denominado aprendizaje por problemas destaca como uno de los que brinda más posibilidades en la formación de un pensamiento independiente, una conducta responsable y un alto grado de creatividad y de conciencia en el alumno por sus potencialidades en el desarrollo de la personalidad; por las firmes premisas psicológicas en que se apoya; por el aumento manifiesto del rendimiento de la actividad mental del estudiante, y por propiciar una educación acorde con las exigencias del mundo contemporáneo y con los intereses de los alumnos.¹

En lo que se refiere a la enseñanza de las matemáticas, la convicción del papel fundamental que ha de jugar la resolución de problemas es ampliamente compartida por profesores e investigadores. Sin embargo, no responde a una idea tan clara ni descansa en una tesis de significado tan unívoco como podría parecer a primera vista.

Así, bajo su denominación se propugnan, diseñan y realizan actividades docentes muy distintas, que van desde utilizar los problemas para motivar la introducción de los conceptos y las relaciones matemáticas, hasta su empleo como una estrategia didáctica para que el alumno llegue a dominar determinados métodos de resolución. Esta ambigüedad no es casual si se considera que la función asignada a este tipo de enseñanza depende, por una parte, del modelo epistemológico implícito que sostiene la noción de “problema matemático” y, por otra, de la creencia que se tenga de lo que significa “enseñar y aprender matemáticas”.²

Sobre el concepto de problema

Aunque en la práctica muchos docentes utilizan de manera indiscriminada el término problema para nombrar cualquier tarea propuesta al estudiante, incluida aquella para cuya reso-

lución se dispone de un procedimiento bien establecido, en la literatura psicológica y pedagógica esta denominación se reserva, en general, para las situaciones en que el sujeto no dispone de procedimientos de rutina que le conduzcan a la solución.³ Aun así, no existe una concepción única. Sin embargo, en las diferentes definiciones es posible identificar ciertos invariantes:

- La existencia de un objetivo a alcanzar, expresable en términos de interrogantes u obstáculos, y cuya respuesta o superación aparece como una necesidad del sujeto en el plano cognoscitivo (lo desconocido).

- Determinadas premisas que actúan como condicionantes en la consecución del objetivo (lo conocido).

- El desconocimiento de la vía de solución para alcanzarlo (lo contradictorio).⁴

En este ensayo se entenderá como problema toda situación que, a través de un enunciado coherente, exprese la necesidad de la búsqueda de respuestas a interrogantes cognoscitivas, para la cual no se dispone, *a priori*, de un procedimiento predefinido.

Vale la pena destacar el carácter subjetivo que encierra este concepto, al depender de la posición que ante él tenga quien lo concibe y enfrenta, tanto desde el punto de vista motivacional como del nivel de sus conocimientos y el grado de desarrollo de sus capacidades y habilidades. Ello puede determinar que la respuesta a la incógnita pueda darse más o menos directa o que, por el contrario, se requiera de una reflexión que ponga en juego dichos saberes en forma estructurada para poder llegar o no a una conclusión sobre la situación planteada. Este aspecto es el que diferencia esencialmente a un problema de un ejercicio. Sin lugar a dudas, ambos pueden ser utilizados en el proceso docente con objetivos diferentes, pero complementarios. Una vez que se han sentado las bases teóricas que apoyan una acción, la planificación de ejercicios contribuirá a la interiorización y automatización de las habilidades correspondientes, mientras que la inclusión de problemas apuntará hacia la formación de capacidades en el orden intelectual, así como a la consolidación de importantes características per-

1. Klingberg, Lothar. *Introducción a la didáctica general*, Pueblo y Educación, La Habana, 1985.

2. Gascón, Joseph. “El papel de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas”, en *Educación Matemática*, vol.6, núm.3, Iberoamérica, 1994.

3. Schoenfeld, Alan H. *Mathematical problem solving*, Academic Press, Nueva York, 1985.

4. Labarrere, Alberto. *Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria*, Pueblo y Educación, La Habana, 1987.

sonológicas, como son la perseverancia, la flexibilidad o el espíritu crítico ante el trabajo.

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO PARTE DEL PROCESO DE INSTRUCCIÓN

En términos generales, puede decirse que las actividades instruccionales que toman en consideración este aspecto en la enseñanza de las matemáticas se producen en tres direcciones:

Para la resolución de problemas

Enfatiza los conocimientos y habilidades que debe adquirir previamente el aprendiz para poder desarrollar con éxito esta tarea. Se agrupan aquí, en una de sus vertientes, las estrategias didácticas que ponen su acento en la enseñanza de los contenidos matemáticos en forma acabada y cristalizada en una u otra “teoría”, y desconocen el importante papel que los problemas juegan en la constitución de las mismas.

De este modo, los problemas pueden utilizarse para aplicar, ejemplificar o consolidar los conceptos y relaciones teóricas estudiadas, pero sin considerarlos parte del conocimiento. Así, la enseñanza de las matemáticas se concibe como la presentación de los resultados finales, organizados a través de una teoría deductiva, y no en función de su preparación para participar en todo el ciclo creativo en que se forjan las ideas, desde el planteamiento del problema inicial hasta la formulación de conjeturas, la demostración o refutación de las mismas y, finalmente, de la solución. En otras palabras, se enseña más el producto que el proceso de la actividad matemática.⁵

En una vertiente contrapuesta se concibe la resolución de problemas como la ocasión para robustecer el dominio de las técnicas, con el énfasis, en consecuencia, en la resolución de ejercicios tendentes a lograr este control. Se olvidan así los problemas auténticos, en que la dificultad consiste, precisamente,

en escoger o crear las técnicas adecuadas para construir una estrategia de solución.

Sobre la resolución de problemas

Estas actividades se enmarcan en la fuerte corriente de investigación pedagógica que considera a la resolución de problemas como contenido de la enseñanza de las matemáticas, y que tiene entre sus principales antecedentes los trabajos de Polya sobre el análisis epistemológico y didáctico del proceso de resolución de problemas matemáticos,⁶ enriquecidos por las investigaciones de Schoenfeld y sus colaboradores.

A diferencia de Polya, que proponía centrar esta enseñanza en la instrucción explícita de estrategias de carácter general, Schoenfeld concede particular importancia a los recursos cognitivos, heurísticos, metacognitivos y al sistema de creencias del sujeto.⁷ De estas investigaciones se han derivado estrategias para la instrucción explícita de métodos generales de resolución de problemas, entendidos como conjuntos de procedimientos aplicables a ciertas colecciones de problemas similares.⁸

Kilpatrick⁹ sintetiza las diferentes alternativas a través de las cuales son desarrolladas las actividades de carácter instruccional sobre la resolución de problemas, en concordancia con la forma en que en ellas se producen y relacionan la labor del instructor y de los aprendices. Esta síntesis abarca:

- ▀ La concepción del carácter implícito del aprendizaje de la resolución de problemas a través de su propio ejercicio (por “ósmosis”).

- ▀ La enseñanza explícita de procedimientos o algoritmos que faciliten la interiorización de las estrategias heurísticas que se aplican (por “memorización”).

- ▀ La concepción del aprendizaje por análisis y comparación de la actuación propia del sujeto (el alumno) con la de resolutores competentes (los profesores), de preferencia en los casos en que aquella se realiza siguiendo las ideas de los

5. Tall, David. “The psychology of advanced mathematical thinking”, en Tall, David (ed.), *Advanced mathematical thinking*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1991.

6. Polya, George. *Induction and analogy in mathematics*, Princeton University Press, Princeton, 1954; *Matemática y razonamiento plausible*, Tecnos, Madrid, 1966; *¿Cómo plantear y resolver problemas?*, Trillas, México, 1978.

7. Schoenfeld, Alan H. *Op cit.*

8. Schoenfeld, Alan H. *Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics*, Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning-McMillan, Nueva York, 1992.

9. Puig, Luis y Fernando Cerdán. “Un curso de heurística matemática para la formación del profesorado”, en *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, núm.8, año III, Graó, Barcelona, 1996.

estudiantes o cuando se resuelven problemas cuya solución no se ha preparado (por “imitación”).

► El aprendizaje derivado de la explotación de la comunicación y el análisis crítico de las ideas entre los propios aprendices (por “cooperación”).

► El aprendizaje como producto de la reflexión en torno a los aspectos de carácter metacognitivo, cuya manifestación ha determinado aceleraciones o retardos en el proceso resolutivo (por “reflexión”).

Cada una de estos modos de concebir el proceso de enseñanza/aprendizaje de la resolución de problemas enfatiza direcciones esenciales a través de las cuales transcurre el tránsito de un ejecutor inexperto a uno competente.

En la práctica, esta capacidad se alcanza cuando el resolutor recibe simultáneamente instrucciones específicas sobre formas ya establecidas de atacar ciertos problemas, intercambia ideas con sus colegas, imita el comportamiento de modelos ya reconocidos y evalúa de manera crítica comportamientos propios o ajenos.

Así, más que el tipo de actividad en sí misma, es su interrelación la que propicia el desarrollo (en el sentido vigotskiano) del sujeto que se entrena. El diseño de actividades didácticas con el propósito de propiciar el enfrentamiento del estudiante con una panorámica general de la resolución de problemas deberá evidenciar, ante todo, esta diversidad y su multiplicidad de manifestaciones.

Según Pérez y Pozo, las actividades instruccionales que toman la resolución de problemas como contenido de enseñanza centran más su objetivo en “aprender a resolver problemas que en resolver problemas para aprender”,¹⁰ y ponen en un segundo plano la significación que su resolución posee en la conformación de los conceptos y teorías matemáticas.

A través de la resolución de problemas

Con una fuerte influencia del paradigma constructivista, esta dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje se apoya en la presentación del contenido en el contexto de problemas que deben ser resueltos como medio para que los alumnos puedan

“construir” nuevos conocimientos. Su esencia radica en una estructuración problematizada del contenido.

El avance fundamental de este enfoque consiste en que relaciona funcionalmente el momento exploratorio con el teórico al reconocer el papel de la actividad de resolución de problemas en la génesis de los conceptos y relaciones matemáticas.

A pesar de que en la mayéutica socrática y en los métodos utilizados por los sofistas y por los integrantes de la escuela pitagórica —basados en el diálogo heurístico dirigido a la búsqueda de respuestas a ciertas interrogantes— se evidenciaron los primeros indicios de una concepción problematizada de la enseñanza, no es hasta la segunda mitad del siglo xx que se erige como una alternativa en el proceso educativo.

Douady caracteriza así las regularidades presentes en este enfoque:¹¹ el alumno puede introducirse por sí mismo en la resolución del problema y considerar una posible solución; hay una insuficiencia de los conocimientos de este para lograr una solución satisfactoria y, el conocimiento que se desea que adquiera (“construya”) ha de ser, a su nivel, la herramienta más adecuada.

LA ENSEÑANZA PROBLÉMICA

En el marco de este último enfoque, la enseñanza problémica (desarrollada en la segunda mitad del siglo xx) integra en forma sistémica un conjunto de principios, categorías y métodos a través de los cuales es posible sustentar una estrategia didáctica coherente, en la que se interrelacionen la actividad cognoscitiva del estudiante con la de resolución de problemas.

Es un tipo de enseñanza que tiende a desarrollar el intelecto, en la que se combinan la búsqueda sistemática independiente de los estudiantes con la asimilación de las conclusiones de la ciencia; es un sistema de métodos estructurados bajo el principio de lo problémico con un objetivo determinado; un proceso orientado al logro de la independencia cognoscitiva, de la creación de motivos estables para el aprendizaje y de capacidades creadoras en el proceso de asimilación de los conceptos científicos y los métodos de actividad, todo lo cual está

10. Pérez Echeverría, María y Juan Ignacio Pozo Mucio. “Aprender a resolver problemas y resolver problemas para aprender”, en *La solución de problemas*, Aula XXI/Santillana, Madrid, 1994.

11. Citado por Gascón, Joseph. *Op cit.*

determinado por un sistema de situaciones problemáticas ante la cual los alumnos son enfrentados.¹²

Asimismo, se sustenta en el enfoque histórico-cultural de Vigotsky y en la tesis psicológica que sostiene que “el pensamiento parte siempre de una situación problemática”.¹³ La actividad mental en la dirección cognoscitiva siempre se origina a partir de la contradicción entre lo conocido y lo desconocido, y se manifiesta como la situación de conflicto que aparece en un determinado momento, en el cual las evidencias se contraponen o no pueden ser explicadas a partir del acervo cultural que se tiene. La asimilación de esta contradicción es la que da origen a los problemas científicos y docentes, y busca aproximar la lógica del aprendizaje a la de la investigación científica como una de las formas fundamentales de conocer la realidad, a partir de las analogías y diferencias entre ambos procesos.

Cuando el estudiante asimila conocimientos y habilidades en forma acabada, lo hace también de la lógica de los procedimientos, modos y operaciones que se obtuvieron como resultado del procesamiento de su descubrimiento, pero no de la concatenación objetiva y real de los acontecimientos que llevaron al investigador a realizarlo. Por ello, la lógica real del proceso del conocimiento científico sólo puede ser asimilada cuando se pone al alumno ante el mismo punto del que parte el científico en el desarrollo de la actividad investigativa, esto es, en la contradicción que se presenta entre lo conocido y lo desconocido.

Lo común entre la lógica de la investigación científica y la del aprendizaje problemático reside en que en ambas el sujeto (el científico y el alumno) se relaciona con un problema y una hipótesis, a partir de la presencia de una situación de conflicto entre los conocimientos que posee y las manifestaciones de la realidad que se presentan, que condicionan una estructuración de la actividad cognoscitiva. Sin embargo, ello no significa que los rasgos esenciales que caracterizan el aprendizaje problemático se identifiquen del todo con los del proceso de la investigación científica. Así, puede señalarse que:

► La investigación científica va en busca de lo desconocido por la humanidad, mientras que el contenido de la enseñanza

no es más que “[cierta porción] de la cultura que la humanidad ha ido acopiando en su desarrollo histórico-social”¹⁴ y, en consecuencia, sólo puede considerarse desconocido para el alumno.

► Cumplen diferentes funciones, por tanto, son valoradas de modo distinto desde el punto de vista social.

► El surgimiento de las contradicciones que dan origen a los problemas científicos se produce, por lo general, a partir de fuentes diferentes a las que crean las situaciones problemáticas que conducen a los problemas docentes.

► Los elementos que se consideran para la formulación y comprobación de las hipótesis en el proceso de la investigación científica no siempre coinciden con los que se utilizan con fines similares en el de enseñanza-aprendizaje problemático.

► Las condiciones en las que se desarrollan ambos procesos difieren, por ejemplo, en los estímulos externos y los motivos internos para la búsqueda de lo desconocido o en el papel rector del maestro en la resolución de los problemas docentes.

Las categorías fundamentales de la enseñanza problemática

La situación problemática

En ella se revelan las contradicciones dentro del proceso cognoscitivo del estudiante, al contraponerse los resultados del saber ya establecido con hechos objetivos que no pueden ser bien explicados. Así, la situación problemática (SP) refleja la dialéctica del proceso de formación del conocimiento humano y, en particular, de su apropiación.

Es importante establecer la diferencia entre la contradicción como eslabón del proceso general del conocimiento y la SP como categoría rectora de la enseñanza problemática. En ambas se subraya la “dificultad intelectual que surge cuando en una situación objetiva el sujeto no puede explicar el nuevo hecho mediante los conocimientos que tiene o los métodos que ya conoce, sino que debe hallar un nuevo método de acción”.¹⁵ Sin embargo, si bien es a través de la búsqueda y hallazgo de esta explicación que se produce el surgimiento de nuevos

12. Majmutov, citado en Martínez Llantada, Martha. *Categorías, principios y métodos de la enseñanza problemática*, Universidad de La Habana, 1986.

13. Rubinstein, S.L. *El proceso del pensamiento*, Universitaria, La Habana, 1966.

14. Álvarez de Zayas, Carlos M. *Hacia una escuela de excelencia*, Academia, La Habana, 1996.

15. Majmutov, M.I. *La enseñanza problemática*, Pueblo y Educación, La Habana, 1983.

LA ACTIVIDAD MENTAL SIEMPRE SE ORIGINA A PARTIR DE LA CONTRADICCIÓN ENTRE LO CONOCIDO Y LO DESCONOCIDO

conceptos y métodos desconocidos hasta ese momento, su empleo en el proceso de enseñanza aparece como generador de la necesidad de la ampliación del saber del estudiante.

En ocasiones, la contradicción que surge en el marco del desarrollo de la ciencia, y que da origen a un concepto, aparece vinculada con un contexto muy específico, difícilmente trasladable, lo que determina que no siempre se pueda utilizar como *SP* en la enseñanza. Sin embargo, puede ocurrir que la contradicción que históricamente dio origen a la introducción de un determinado concepto sea utilizable tal y como apareció en el proceso del desarrollo de la ciencia, como sucede con el conflicto que surgió en el transcurso de las investigaciones acerca de la resolubilidad de las ecuaciones algebraicas y que dio origen al concepto de número complejo.

El problema docente

A través del problema docente (*PD*) el estudiante precisa la dirección de su búsqueda intelectual (con el propósito de esclarecer la *SP* que se le plantea) y, a la vez, establecer las premisas que la condicionan. Así, el *PD*, al igual que el problema científico, aparece como el resultado de la asimilación de la contradicción. Tanto la *SP* como el *PD* descansan sobre la contradicción entre lo conocido y lo desconocido, lo que determina que su enunciado en términos del lenguaje resulte, por lo general, coincidente. Su diferencia se da en la relación que ambas categorías tienen con el sujeto de enseñanza y el de aprendizaje.

Las *SP* son develadas por el profesor dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, quien las utiliza para incentivar la inquietud cognoscitiva del estudiante. Cuando este último asimila el conflicto, y siente la necesidad de resolverlo, es que surge el *PD*, cuya esencia resulta ser subjetiva.

Por otra parte, el carácter del vínculo entre las *SP* y los *PD* pone en evidencia la necesidad de que las primeras sean cuidadosamente elaboradas para que la contradicción aparezca cargada de significado para el estudiante y devenga en un problema. Como se señaló, las contradicciones surgidas a lo largo del desarrollo de la ciencia constituyen una buena fuente para el planteamiento de las *SP* en el proceso de enseñanza-aprendizaje, aunque similares resultados pueden obtenerse mediante *SP* creadas de manera artificial por el profesor.

La tarea problémica

Si la *SP* subraya el conflicto cognoscitivo en que se pone de manifiesto lo desconocido, y el *PD* precisa lo que hay que buscar para superarlo (partiendo de lo conocido), la tarea problémica (*TP*) resalta la forma en que se realiza esta pesquisa. Así, “la tarea problémica puede ser definida como aquella que refleja la actividad de búsqueda del sujeto de aprendizaje con el objetivo de resolver el problema planteado sobre la base de conocimientos y razonamientos determinados o nuevos modos de acción”.¹⁶

Las *TP* en el proceso de enseñanza aparecen en términos similares a la forma en que se expresan las tareas que realiza el matemático en su práctica profesional. De este modo, pueden plantearse *TP* encaminadas a:

- ▶ La construcción, clasificación o comparación de objetos matemáticos.
- ▶ La modelación de fenómenos de la realidad que aparecen como objeto de estudio de otras ciencias.
- ▶ La realización de procesos aproximativos a la solución de un problema.
- ▶ La optimización de los mismos.
- ▶ La demostración o refutación de conjeturas.

La pregunta problémica

La pregunta problémica (*PP*) juega un papel importante en la organización problémica del proceso de enseñanza-aprendizaje. Esta categoría subraya un momento particular en el que es preciso hacer explícitas contradicciones que no aparecen reveladas en el marco de las *TP*, y cuya respuesta contribuye a profundizar en la esencia del fenómeno que se estudia. De este modo, las *PP* aparecen como componentes estructurales de las *TP*: surgen en el proceso de su resolución y, al mismo tiempo, contribuyen a que se produzca con un alto nivel de significación.

LA PROBLEMATIZACIÓN DEL CONTENIDO: LOS COMPLEJOS Y SECUENCIAS PROBLÉMICAS

La realización exitosa de la actividad de búsqueda cognoscitiva por parte de los alumnos está condicionada por un correcto planteamiento en el orden científico, lógico y pedagógico de los

16. Martínez Llantada, Martha. *Op cit.*

elementos problemáticos y por la motivación de los estudiantes hacia la ejecución de acciones teóricas y prácticas encaminadas a darles respuesta. Dicho de otra forma, depende del modo en que el contenido se problematiza. ¿Cuáles son, entonces, los principios fundamentales a considerar para que la problematización resulte efectiva?

Cualquier conducta humana dirigida a la obtención del conocimiento presupone que en el individuo hayan surgido ciertas necesidades y motivos que lo impulsen a obtenerlo: hay que contar con una disposición favorable del sujeto hacia la asimilación del contenido que se le propone. Por ello, cuando este aparece como necesario se crean condiciones favorables para lograr tal disposición. “No es posible formar la actividad cognoscitiva del alumno al margen del tratamiento que, al respecto, debe recibir la formación de la motivación por conocer o, en otros términos, la motivación hacia la solución de problemas”.¹⁷

Las SP propuestas no sólo deberán ser comprendidas sino que también tienen que resultarles significativas en el orden cognoscitivo y afectivo, sólo así propiciarán la aparición de los PD, cuya resolución contribuirá al desarrollo de las acciones que se pretende en los estudiantes.

No siempre resulta sencillo el diseño de una SP que haga aparecer necesaria la introducción de un concepto o una relación matemática con los rasgos de validez, asequibilidad e interés que deben caracterizarla, sobre todo cuando se busca que este imperativo y el modo de satisfacerlo emerjan de forma natural de la SP.

Sobre esta concepción, avalada por la historia del desarrollo de muchos conceptos y relaciones matemáticas, se sustenta, por ejemplo, la estructuración didáctica de la enseñanza de la geometría, recogida en los *Elements de géométrie* de Clairaut, quien en el prefacio de su obra especifica su pretensión de escribir un tratado que “interese y esclarezca” al lector. Con este fin concibe una geometría problematizada en la que los conceptos y propiedades tienen sentido porque son instrumentos para resolver problemas: “el lector sabrá, y sabrá por qué sabe”.¹⁸

La problematización subordinada a este enfoque favorece

a su vez la aceptación inicial de la materia, entendida como el primer encuentro del sujeto de aprendizaje con el contenido que debe asimilar y, en general, en todo el proceso de su interpretación. Rubinstein expone que “la persistencia de los conocimientos no sólo depende de la fijación especial posterior sino también de la admisión inicial de la materia”,¹⁹ y establece como una tesis, sustentada por diversos hechos experimentales, que “las bases para una permanente apropiación de una materia se colocan con su primera exposición”.²⁰ Como bien apunta este autor, en muchas ocasiones se menosprecia la importancia de este encuentro inicial y sólo se subraya la actividad subsiguiente en torno al contenido que se aborda.

La problematización del proceso de enseñanza de las matemáticas deberá también considerar la tendencia hacia la interconexión entre diferentes regiones del conocimiento y hacia la universalización de los métodos de trabajo científico. Un agente activo en este proceso integrador es la penetración de los métodos matemáticos, no sólo en aquellos campos tradicionales sino en sectores donde hace unos años era difícil predecirlo. Esta tendencia integradora se ha manifestado también en el seno de esta ciencia con fuerza inusitada.

Desde la segunda mitad del siglo XX las matemáticas se han caracterizado por una fuerte inclinación hacia la especialización en campos muy específicos, lo que ha llevado a una profundización en el conocimiento de las áreas exploradas, pero también ha dificultado la comunicación entre los matemáticos. A esta fragmentación se suma una fuerte interdisciplinariedad, dando lugar a nuevas áreas de estudio que reflejan esta interconexión. Al respecto, Kolmogorov señala:

La Matemática es grande. Un individuo no puede estudiar todas sus ramificaciones. En este sentido la especialización es inevitable. Pero, a la vez, la Matemática es una ciencia única. Nuevas y nuevas relaciones surgen entre sus ramas, a veces de forma imprevista. Unos campos sirven de instrumento a otros. Por esto, encerrar a los matemáticos en límites estrechos sería la muerte de nuestra ciencia.²¹

17. Labarrere, Alberto. *Op cit.*

18. Barbin, Evelyn. “Que concepções epistemológicas da demonstração? Para que aprendizagens?”, en *Educação e Matemática*, núm. 27, Brasil, 1993.

19. Rubinstein, S.L. *Principios de psicología general*, Ediciones Revolucionarias-Instituto Cubano del Libro, La Habana, 1967.

20. Rubinstein, S.L. *El proceso...*, *op cit.*

21. Kolmogorov, Andrei N. *Matemática, ciencia y profesión* (versión rusa), Nauka, Moscú, 1988.

LA RESOLUCIÓN EXITOSA DE MUCHOS PROBLEMAS DE LA ACTIVIDAD PROFESIONAL DEPENDEN DE LA CAPACIDAD DE PENSAR EN FORMA SINTÉTICA

Así, de manera independiente de su necesaria fragmentación, el proceso docente deberá perseguir que el estudiante reconozca la unidad de las matemáticas en su gran diversidad de formas. Atiyah afirma que:

La interacción entre las partes de la Matemática no es simplemente un accidente ocasional e interesante, sino, más bien, es la esencia de la Matemática. Encontrar analogías entre fenómenos diferentes y desarrollar técnicas para explotar estas analogías es el enfoque matemático del mundo físico. Es entonces difícilmente sorprendente que también figure de forma relevante internamente en la Matemática misma.²²

Otro aspecto importante es la estructuración sistémica de los elementos a través de los cuales se problematiza el contenido. Según Réshetova, “Las ideas de la sistematicidad se convierten en el aspecto más importante de las teorías científicas fundamentales y de toda la concepción contemporánea del mundo”.²³ Por ello, “la solución exitosa y creadora, fundamentada y responsable, de muchos problemas de la actividad profesional en cualquier esfera de trabajo, depende ahora de la capacidad de pensar en forma sistémica”.²⁴

Sin duda, la propia conceptualización de las categorías fundamentales de la enseñanza problémica implica una concepción sistémica de las mismas: en el contexto que proporcionan las manifestaciones de lo problémico en una disciplina, asignatura o tema determinado, la SP, asimilada en forma de PD, se erige en categoría rectora a la que se vinculan las TP asociadas, debidamente puntualizadas y enriquecidas por las PP a que dan origen.

En este marco, esta sistematización se enriquece a través de la categoría de complejo problémico (CP), entendido como un conjunto parcialmente ordenado de elementos problémicos (situaciones, tareas, preguntas) relacionados entre sí mediante su vinculación directa con un determinado concepto o relación o por la derivación que de unos pueda hacerse a partir de los que le preceden.

En términos generales, los problemas nunca aparecen ais-

lados, por el contrario, están lógicamente relacionados en asociaciones que en su unidad facilitan el desarrollo de la actividad investigativa en torno a los mismos. La existencia de tales concatenaciones hace que algunos autores lleguen a considerar que “un verdadero problema debería siempre permitir derivar preguntas nuevas”.²⁵

Tal como ocurre en la investigación científica, la significación de los CP en la estructuración problematizada del contenido de aprendizaje no sólo viene dada por el contenido sino por su concatenación dentro del sistema; es en virtud de esta que los problemas se iluminan unos a otros y se realza la importancia que su resolución posee en función de un objetivo cognoscitivo determinado.

Los CP nacen de la lógica interna que subyace en el análisis de una o varias SP centrales y, por tanto, se desarrollan según las direcciones fundamentales a través de las cuales se resuelven estas y devienen en nuevas SP, en el marco de las condiciones iniciales del programa de la asignatura. Lo anterior significa la relación de interacción entre el diseño de los CP y la estructuración del contenido a impartir, a través de la cual cada uno aparece condicionado por el otro.

En efecto, si los elementos problémicos diseñados para integrar uno u otro complejo deben ajustarse al sistema de conocimientos y habilidades que estipula el programa de la asignatura, aquellos, a su vez —según el principio del establecimiento de los nuevos conceptos y relaciones como necesidad del discurso problémico—, determinarán las direcciones en que los mismos deberán ir apareciendo en el proceso de enseñanza. Surge así una doble supeditación entre la consecutividad del contenido y la del sistema problémico que servirá de plataforma para su tratamiento.

La construcción de los diferentes elementos problémicos que integran un complejo puede lograrse si se estructuran, siguiendo una consecutividad lógica, los cuestionamientos de carácter general que subyacen en el desarrollo de las más diversas tareas de carácter investigativo dentro de las matemáticas, como son:

22. Atiyah, Michael. “The unity of mathematics”, en *Bulletin of the London Mathematical Society*, vol.10, 1978, pp. 69-76.

23. Réshetova, Z.A. *Análisis sistémico aplicado a la educación superior*, Selección de Lecturas-Universidad Central de las Villas, Cuba, 1988.

24. *Ibidem*.

25. Bouvier, Alain. *La mystification mathématique*, Hermann, París, 1981.

- ▶ El análisis de la existencia y unicidad de objetos.
- ▶ La caracterización de los objetos.
- ▶ Su representación, clasificación y comparación.
- ▶ La generalización de relaciones.
- ▶ La optimización de procesos.
- ▶ La inversión de problemas.
- ▶ El esclarecimiento de paradojas

La relación entre un determinado contenido matemático y el CP diseñado para presentarlo al estudiante no resulta en modo alguno unívoca, lo cual significa que es posible construir diferentes CP en función del tratamiento de un contenido específico. La elección de uno u otro está determinada por diferentes factores:

- ▶ El nivel de desarrollo a alcanzar que se establece en los objetivos de la asignatura.
- ▶ La relación de ese contenido con otros del programa.
- ▶ El tiempo disponible para el desarrollo del contenido.
- ▶ El nivel de preparación de los estudiantes para la realización de las TP que el complejo impone.
- ▶ El interés que este último puede despertar en los estudiantes.

Estos factores, a su vez, determinan el grado de desarrollo

que puede alcanzar un CP determinado. Algunas de las ventajas del empleo de los CP en el proceso de problematización del contenido son las siguientes:

- ▶ Permiten complejizar el proceso de problematización, de manera local y global, en función de la producción de significados y el logro de representaciones de los conceptos y relaciones estudiadas que resulten efectivas en el desarrollo de la actividad de los estudiantes.

- ▶ Favorecen la concepción sistémica de los elementos problemáticos diseñados, así como del contenido de la asignatura.

- ▶ Aproximan la presentación de las SP y los problemas en el proceso de enseñanza al modo en que se produce en el proceso de investigación científica.

- ▶ Facilitan la concentración del pensamiento y la acción del estudiante, al dirigirse a la resolución de problemas docentes, tareas y preguntas problemáticas que se relacionan entre sí.

- ▶ Contribuyen a la preparación del estudiante para abordar tareas docentes con alto grado de independencia y representatividad del método investigativo.

- ▶ Ayudan al desarrollo de sus habilidades para identificar de manera independiente nuevas SP y formular los problemas matemáticos que de ellas se derivan. ■

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ÁLVAREZ de Zayas, Carlos M. *Fundamentos teóricos de la dirección del proceso de formación del profesional de perfil amplio*, Universidad de las Villas, Santa Clara, 1988.

BOURBAKI, Nicolas. *Elements d'histoire des mathématiques*, Hermann, París, 1969.

BUNGE, Mario. *La investigación científica*, Editorial de Ciencias Sociales, La Habana, 1972.

COHN, Paul M. *Algebra*, John Wiley & Sons, Nueva York, 1991.

Academia de Ciencias de Cuba. *Metodología del conocimiento científico*, Editorial de Ciencias Sociales, La Habana, 1975.

D'AMORE, Bruno y Rosetta Zan. "Mathematical problem solving", en Malara, Nicolina A. *et al.* (eds.), *Italian research in mathematics education: 1988-1995*, Consiglio Nazionale delle Ricerche, Roma, 1996.

GUZMÁN, Miguel de. *Tendencias innovadoras en educación matemática*, Popular (Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura), s.l, 1993.

DELGADO, J.R. "La enseñanza de la resolución

de problemas. Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: la estructuración sistémica de los contenidos de estudio y el desarrollo de habilidades generales matemáticas", tesis en opción al grado de doctor en ciencias pedagógicas, La Habana, 1999.

DORIER, Jean-Luc. "Sur l'enseignement des concepts élémentaires d'algèbre lineaire à l'université", en *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol.11, núm.23, París, 1991, pp. 325-364.

GONZÁLEZ, O. *Didáctica universitaria*, Centro de Estudios para el Perfeccionamiento de la Educación Superior, La Habana, 1995.

HAREL, Guershon. "Two dual assertions: the first on learning and the second on teaching (or vice versa)", en *The American Mathematical Monthly*, vol.105, núm.6, junio-julio, 1998.

NÚÑEZ, Roberto. "La problematización del contenido en el proceso de formación del licenciado en matemática en Cuba", tesis en opción al grado de doctor en ciencias pedagógicas, Universidad de la Habana, 1999.

PARRA, B.M. "Dos concepciones de resolución de problemas de matemáticas", en *Educación Matemática*, vol.2, núm.3, México, 1990.

tica, vol.2, núm.3, México, 1990.

SÁNCHEZ Fernández, Carlos y Concepción Valdés Castro. "Ilustración del uso de la historia de la matemática en una enseñanza centrada en problemas", en *Educación Matemática*, vol.7, núm.3, México, 1997.

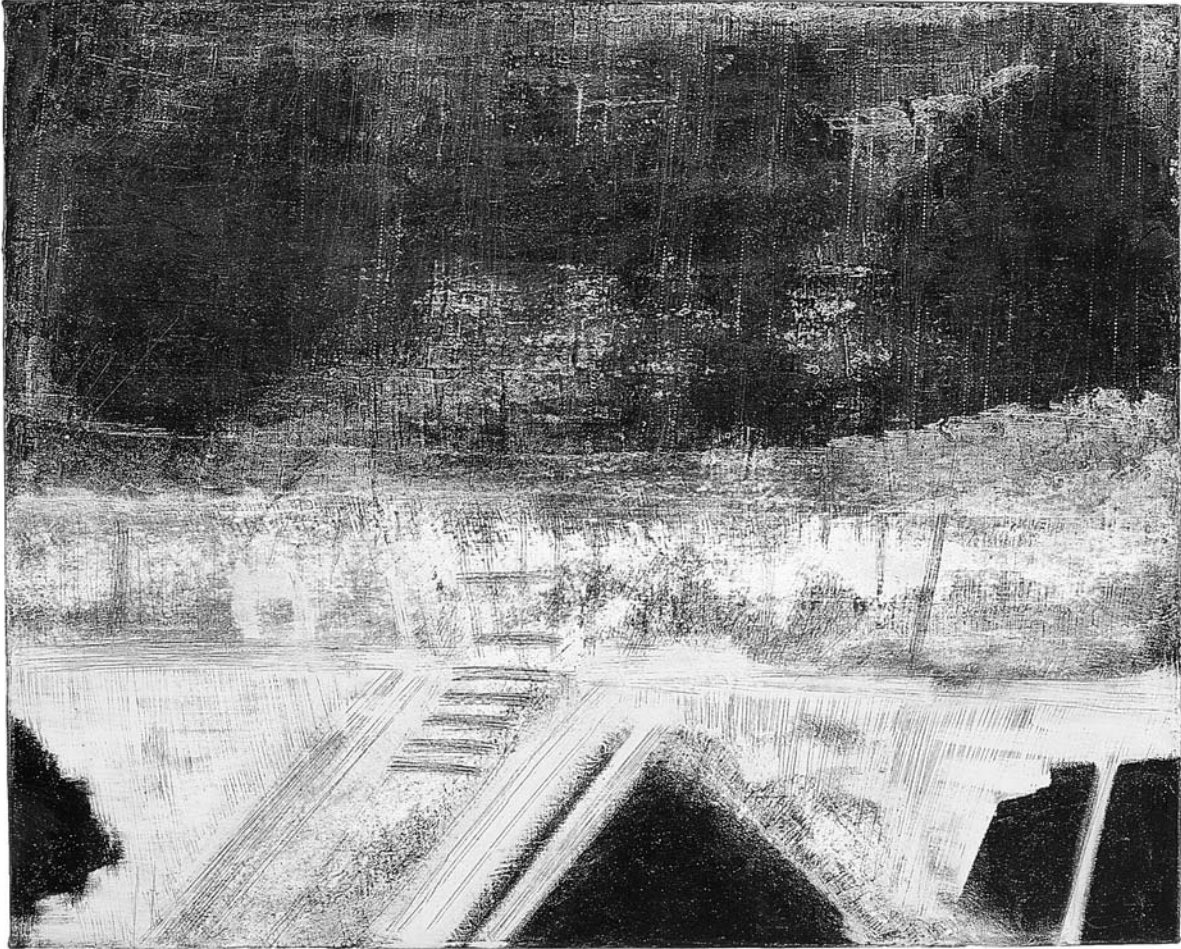
——. "Por un enfoque histórico-problemático en la educación matemática", en *Ciencias Matemáticas*, vol.xvii, núm.2, La Habana, 1999.

SANTOS Trigo, Luz Manuel. *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*, Iberoamericana, México, 1997.

SIERRA, Virginia y Carlos M. Álvarez de Zayas. *Metodología de la investigación científica*, Centro de Estudios de Educación Superior "Manuel F. Gran", Santiago de Cuba, 1997.

TALIZINA, N.F. *Psicología de la enseñanza*, Progreso, Moscú, 1988.

VALDÉS Castro, Concepción; Roberto Núñez y M. Solana. *La interrelación entre las disciplinas como vía para elevar la preparación del matemático*, Facultad de Matemática y Computación-Universidad de La Habana, 1994.



DERIVACIONES EN SÍ. MIXTA SOBRE TELA, 60 x 80 cm, 2002.
